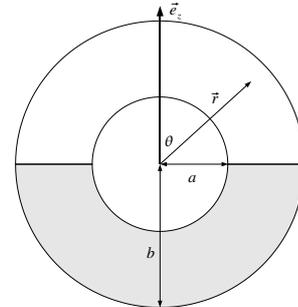


1. Energie von Ladungsverteilungen.

- (a) Welche Arbeit ist nötig, um eine Ladungsmenge  $Q$  aus dem Unendlichen gleichmäßig auf einer Kugeloberfläche zu verteilen? (2 Pkt.)  
 (b) Welcher Druck wirkt auf die Kugeloberfläche durch die Ladungsansammlung? (2 Pkt.)

Hinweis: Betrachten Sie im Teil a die mechanische Arbeit für das Aufbringen infinitesimaler Ladungen im entsprechenden Feld. (insgesamt 4 Pkt.)

2. **Halbvoller Kugelkondensator.** Ein Kugelkondensator sei wie in der Skizze zur Hälfte mit einem linearen Dielektrikum ( $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$ ) gefüllt. Die innere Kugelschale habe den Radius  $a$  und trage die Ladung  $Q$ , die äußere habe den Radius  $b$  und auf ihr befinde sich die Ladung  $-Q$ . Das Dielektrikum fülle den Zwischenraum für  $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ . Das Problem ist also azimutal-symmetrisch, d.h. alle Größen sind unabhängig von  $\varphi$ .



- (a) Bestimmen Sie das elektrische Feld an allen Punkten zwischen den Kugelschalen. (2 Pkt.)  
 (b) Berechnen Sie die Verteilung der Flächenladung auf der inneren Kugelschale. Wie groß ist die induzierte Ladungsdichte auf der Oberfläche des Dielektrikums bei  $r = a$ ? (1 Pkt.)  
 (c) Wie groß ist die Kapazität der Anordnung und die in ihr gespeicherte Energie? (1 Pkt.)

**Hinweise:** Ein azimutal-symmetrisches Potential lässt sich durch eine Reihenentwicklung mit Hilfe der Legendre-Polynome der Form

$$\phi(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (A_l r^l + B_l r^{-l-1}) P_l(\cos \theta)$$

beschreiben. Bestimmen Sie aus der Randbedingung an metallischen Oberflächen und den Stetigkeitsbedingungen für das  $\vec{E}$ - und  $\vec{D}$ -Feld zunächst das Potential.

(insgesamt 4 Pkt.)

3. **Homogen geladenes Rotationsellipsoid.** Ein homogen geladenes Rotationsellipsoid mit den Halbachsen  $a = b > c$  trägt die Gesamtladung  $q$ . Verwenden Sie Zylinderkoordinaten ( $c$ -Achse gleich  $z$ -Achse), und berechnen Sie das Potential  $\Phi(\rho, z)$  zunächst auf der  $z$ -Achse. Bestimmen Sie daraus die ersten beiden führenden Terme des Potentials für große Abstände. Zeigen Sie, dass das Potential im Innenraum von der Form

$$\Phi(\rho, z) = A + Bz^2 + C\rho^2 \quad (\text{Innenraum})$$

ist, und bestimmen Sie die Konstanten  $A, B$  und  $C$ . Gehen Sie hierfür von dem zuvor bestimmten Potential  $\Phi(0, z)$  und von der Poissongleichung aus. Berechnen Sie die Feldenergie der Ladungsverteilung.

Auf diesem Übungsblatt sind maximal **11 Punkte** zu erreichen, Abgabe der ersten beiden Aufgaben erfolgt am 06.05.2009.