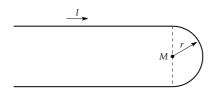
PD Dr. S. Mertens M. Hummel

## Theoretische Physik II – Elektrodynamik Blatt 6

SS 2009 06. 05. 2009



1. **Halbunendliche Leiterschleife.** Gegeben sei die abgebildete Leiterschleife aus zwei einseitig unendlichen Drähten und einem Halbkreis vom Radius *r*. Berechnen Sie das magnetische Feld im Mittelpunkt *M* des Halbkreises.

2. **Homogen magnetisierte Kugel.** Betrachten Sie eine Kugel vom Radius R mit der Permeabilität  $\mu_r$ . Sie sei im Inneren homogen magnetisiert.

$$\vec{M} = M_0 \vec{e}_z$$

Innerhalb und außerhalb der Kugel sei die Stromdichte  $\vec{j} = 0$ .

(a) Begründen Sie, warum für das Magnetfeld

(1 Pkt.)

$$\vec{H} = -\nabla \phi_m$$

geschrieben werden kann. Berechnen Sie das magnetische Potential  $\phi_m$  im Außenraum der Kugel.

- (b) Berechnen Sie das Magnetfeld  $\vec{H}$  außerhalb und innerhalb der Kugel! (1 Pkt.)
- (c) Nehmen Sie an, dass die Magnetisierung  $\vec{M}$  der Kugel durch eine Oberflächenstromdichte  $\vec{j}$  hervorgerufen wird. Machen Sie sich klar, dass diese von der Form

$$\vec{i} = \alpha(\theta)\delta(r-R)\vec{e}_{\phi}$$

sein muss. Drücken Sie  $\alpha(\theta)$  durch  $M_0$  aus.

(insgesamt 4 Pkt.)

3. **Magnetischer Monopol.** Betrachten Sie die Bewegung eines elektrisch geladenen Teilchens (Masse m, Ladung  $q_e$ ) im Feld eines (hypothetischen) magnetischen Monopols ( $q_m$ ) der Form

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_m}{r^2} \vec{e_r} \,.$$

- (a) Finden Sie einen Ausdruck für die Beschleunigung des Teilchens und drücken Sie das (1 Pkt.) Ergebnis durch  $q_e$ ,  $q_m$ , m,  $\vec{r}$  (seine Position) und  $\vec{v}$  (seine Geschwindigkeit) aus.
- (b) Zeigen Sie, dass der Betrag der Geschwindigkeit  $v = |\vec{v}|$  eine Konstante ist. (1 Pkt.)
- (c) Weisen Sie nach, dass der Vektor (1 Pkt.)

$$\vec{Q} = m \left( \vec{r} \times \vec{v} \right) - \frac{\mu_0 \, q_e \, q_m}{4\pi} \, \vec{e}_r$$

eine Erhaltungsgröße ist. Wählen Sie danach das Kugelkoordinatensystem, in dem  $\vec{Q} \parallel \vec{e}_z$ . Berechnen Sie in diesem Koordinatensystem  $\vec{Q} \cdot \vec{e}_{\varphi}$  und zeigen Sie damit, dass  $\theta$  eine Erhaltungsgröße ist. Als Folge dessen bewegt sich die  $q_e$  auf einem Kreiskegel. Man kann sogar zeigen, dass die Bahn einer Geodäte entspricht. Dies wurde bereits 1896 von H. Poincaré berechnet.

(insgesamt 3 Pkt.)

Auf diesem Übungsblatt sind maximal **11 Punkte** zu erreichen, Abgabe der ersten beiden Aufgaben erfolgt am 13.05.2009.