1. **TEM-Moden im Koaxialkabel.** Ein Koaxialkabel kann eine reine TEM-Welle übertragen, während in einem rohrförmigen Hohlleiter nur TE- und TM- Wellen transportiert werden können.

   (a) Zeigen Sie, dass aus den Gleichungen (1 Pkt.)

$$\frac{\partial E_{0,y}}{\partial x} - \frac{\partial E_{0,x}}{\partial y} = \mathrm{i}\omega B_{0,z} \qquad (1) \qquad\qquad \frac{\partial B_{0,y}}{\partial x} - \frac{\partial B_{0,x}}{\partial y} = -\frac{\mathrm{i}\omega}{c^2} E_{0,z} \qquad (4)$$
$$\frac{\partial E_{0,z}}{\partial y} - \mathrm{i}kE_{0,y} = \mathrm{i}\omega B_{0,x} \qquad (2) \qquad\qquad \frac{\partial B_{0,z}}{\partial y} - \mathrm{i}kB_{0,y} = -\frac{\mathrm{i}\omega}{c^2} E_{0,x} \qquad (5)$$
$$\mathrm{i}kE_{0,x} - \frac{\partial E_{0,z}}{\partial x} = \mathrm{i}\omega B_{0,y} \qquad (3) \qquad\qquad \mathrm{i}kB_{0,x} - \frac{\partial B_{0,z}}{\partial x} = -\frac{\mathrm{i}\omega}{c^2} E_{0,y} \qquad (6)$$

   die Beziehungen $\omega = ck$, $-E_{0,y} = cB_{0,x}$ und $E_{0,x} = cB_{0,y}$ sowie

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{0,x}}{\partial x} + \frac{\partial E_{0,y}}{\partial y} &= 0 \quad & \frac{\partial E_{0,y}}{\partial x} - \frac{\partial E_{0,x}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial B_{0,x}}{\partial x} + \frac{\partial B_{0,y}}{\partial y} &= 0 \quad & \frac{\partial B_{0,y}}{\partial x} - \frac{\partial B_{0,x}}{\partial y} &= 0\,. \end{aligned} \qquad (7)$$

   folgen.

   (b) Gleichungen (7) sind gerade die Maxwell-Gleichungen der Elektrostatik bzw. Magnetostatik im leeren Raum, falls $\vec{E}_0 = \vec{E}_0(x,y)$ und $\vec{B}_0 = \vec{B}_0(x,y)$. Verwenden Sie die Methoden oder Ergebnisse der Statik im zylindersymmetrischen Fall, um die Gleichungen zu lösen. Zeigen Sie insbesondere, dass diese Lösungen in die Gleichungen (2 Pkt.)

$$\begin{aligned} \vec{E}(x,y,z,t) &= \vec{E}_0(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz-\omega t)} \\ \vec{B}(x,y,z,t) &= \vec{B}_0(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz-\omega t)} \end{aligned}$$

   eingesetzt in Zylinderkoordinaten

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \frac{A}{r}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz-\omega t)}\vec{e}_r \\ \vec{B} &= \frac{A}{cr}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz-\omega t)}\vec{e}_\phi \end{aligned} \qquad (8)$$

   ergeben. Dabei ist A eine Konstante.

   (c) Zeigen Sie direkt, dass die Gleichungen (8) die Maxwell-Gleichungen für das Vakuum und die Randbedingungen $\vec{E}^{\parallel} = 0$ und $\vec{B}^{\perp} = 0$ erfüllen. (1 Pkt.)

   (insgesamt 4 Pkt.)

2. **Liénard-Wiechert-Potentiale einer Punktladung.** Berechnen Sie die Liénard-Wiechert-Potentiale einer Punktladung q, die sich mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{v}$ bewegt und sich zur Zeit t bei $\vec{w}(t) = \vec{v}t$ befindet. Zeigen Sie insbesondere, dass sich das skalare Potential als (4 Pkt.)

$$\phi(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta}}$$

   schreiben lässt. Dabei ist $\vec{R} = \vec{r} - \vec{v}t$ der Abstand zwischen dem Ort $\vec{r}$ und dem *momentanen* Aufenthaltsort der Ladung q und θ der Winkel zwischen $\vec{R}$ und $\vec{v}$. Für nicht relativistische

Geschwindigkeiten geht das Potential also in das Potential

$$\phi(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{|\vec{r}-\vec{v}t|}$$

über.

3. **TE_{00}-Mode.** Zeigen Sie, dass es in einem rechteckigen Wellenleiter keine TE_{00}-Lösung gibt. (3 Pkt.)
   Hinweis: Beachten Sie, daß in diesem Fall Gleichung (18.5) aus der Vorlesung nicht gilt. (Wieso nicht?)

Auf diesem Übungsblatt sind maximal **11 Punkte** zu erreichen, Abgabe der ersten beiden Aufgaben erfolgt am 24 06. 2009.