

1. **Umströmte Kugel.** Berechnen Sie das Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}(\vec{r})$  einer Potentialströmung, die eine Kugel mit Radius  $R$  umströmt. In großer Entfernung von der Kugel soll die Strömung dabei gleichförmig sein. Berechnen Sie neben  $\vec{v}(\vec{r})$  auch das Geschwindigkeitspotential und die Stromfunktion. (4 Pkt.)
  
2. **Rankinescher Körper.** Betrachten Sie eine dreidimensionale Potentialströmung, die sich aus einer gleichförmigen Strömung  $\vec{u}$  und einer Quellenströmung mit Quellstärke  $Q$  zusammensetzt. Berechnen Sie die Gleichung desjenigen Körpers, der als Hindernis in einer Potentialströmung genau dieses Geschwindigkeitsfeld in seinem Aussenraum induziert. Hinweise: Berechnen Sie zuerst den Staupunkt. Berücksichtigen Sie die Rotationssymmetrie um die Achse, die die Quelle enthält und parallel zu  $\vec{u}$  ist. (4 Pkt.)
  
3. **Wirbelfeld.** Betrachten Sie eine inkompressible Strömung mit Wirbelfeld  $\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{v}$ . Zeigen Sie, daß man bei Kenntnis von  $\vec{\Omega}$  das Geschwindigkeitsfeld berechnen kann mit der Formel (4 Pkt.)

$$\vec{v}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{\Omega} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'.$$

Hinweis: Aus der Inkompressibilität ( $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ ) folgt, dass wir  $\vec{v}$  schreiben können als  $\vec{v} = \nabla \times \vec{A}$ . Argumentieren Sie, dass man  $\vec{A}$  immer so wählen kann, daß  $\nabla \cdot \vec{A} = 0$  ist und leiten sie eine Gleichung her, die  $\vec{A}$  mit  $\vec{\Omega}$  verknüpft.

Die Besprechung dieser Aufgaben erfolgt am 05.06.2013.