

1. **Wurf am Abhang.** Sie stehen an einem Abhang, der den Steigungswinkel α hat, und wollen einen Stein möglichst weit werfen. Unter welchem Winkel ϕ müssen Sie ihn abwerfen? (4 Pkt.)
2. **Fadenpendel.** Eine Masse m hängt an einem „masselosen“ Faden der Länge l im homogenen Schwerfeld der Erde.
 - (a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für den Auslenkungswinkel φ auf und lösen Sie diese für kleine Auslenkungswinkel. Wie groß ist in diesem Fall die Schwingungsdauer T_{lin} ? (2 Pkt.)
 - (b) Berechnen Sie für beliebige Auslenkungen die Schwingungsdauer T als Funktion der maximalen Auslenkung φ_0 . Zeigen Sie, dass sich $T(\varphi_0)$ als elliptisches Integral erster Art schreiben lässt. (3 Pkt.)
 - (c) Entwickeln Sie die Schwingungsdauer T in eine Reihe nach Potenzen von $k = \sin(\varphi_0/2)$. Wie groß ist der prozentuale Fehler der Schwingungsdauer T_{lin} , der durch die Linearisierung der Bewegungsgleichung entsteht, wenn man einen maximalen Auslenkungswinkel von fünf Grad annimmt? (2 Pkt.)

(insgesamt 7 Pkt.)

3. **Bezugssysteme.** Σ und Σ' seien zwei relativ zueinander bewegte Bezugssysteme, in denen kartesische Koordinaten so gewählt sind, dass die Achsen beider Koordinatensysteme zueinander parallel sind. Zu einer beliebigen Zeit t werde die Position eines Teilchens in Σ durch

$$\vec{r}(t) = (6b_1t^2 - 4b_2t)\vec{e}_1 - 3b_3t^3\vec{e}_2 + 3b_4\vec{e}_3, \quad (13)$$

und in Σ' durch

$$\vec{r}'(t) = (6b_1t^2 + 3b_2t)\vec{e}_1 - (3b_3t^3 - 11b_5)\vec{e}_2 + 4b_6t\vec{e}_3 \quad (14)$$

gegeben.

- (a) Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich Σ' relativ zu Σ ?
 - (b) Welche Beschleunigungen erfährt das Teilchen in Σ und Σ' ?
 - (c) Σ sei ein Inertialsystem. Ist dann Σ' auch ein Inertialsystem?
4. **Skalentransformation.** Das Potential U sei eine homogene Funktion vom Grad k , mit dem Skalenparameter λ

$$\lambda^k U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n) = U(\lambda\vec{r}_1, \lambda\vec{r}_2, \dots, \lambda\vec{r}_n)$$

Führen sie nun eine Umskalierung durch :

$$\vec{r}_a \rightarrow \lambda\vec{r}_a = \vec{r}'_a, \quad t \rightarrow \sigma t = t'$$

Stellen sie die Bewegungsgleichung für die skalierten Variablen auf.

Zeigen sie, dass die Aussage des Virialsatzes es

$$\langle T \rangle = \frac{k}{2} \langle U \rangle$$

forminvariant unter dieser Reskalierung bleibt.

Wie verhalten sich die Laufzeiten von Körpern mit verschiedenen Massen längs gleicher Bahnen bei gleicher potentieller Energie?

Wie ändern sich die Laufzeiten längs gleicher Bahnen bei Änderung der potentiellen Energie um einen konstanten Faktor?

Auf diesem Übungsblatt sind maximal **17 Punkte** zu erreichen, Abgabe erfolgt am 28. 10. 2008.