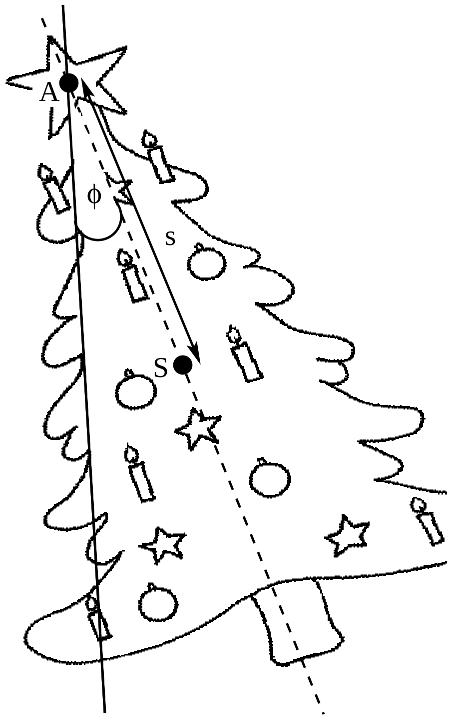
PD Dr. S. Mertens — **Theoretische Physik I – Mechanik** — WS 2008/2009
J. Unterhinninghofen, M. Hummel — **Blatt 9** — 16. 12. 2008

1. **Transformation Körperachsen auf Raumachsen.** In der Vorlesung wurde diskutiert, das die Nutationsbewegung des schweren, symmetrischen Kreisels auch dann auftritt, wenn man $g = 0$ setzt. Zeigen Sie, dass hier kein Wiederspruch zur Behandlung des freien, symmetrischen Kreisels vorliegt. (4 Pkt.)
   (a) Stellen Sie dazu mit den Eulerschen Winkeln die Matrix $\hat{A}$ auf, die die körperfesten Koordinaten eines Vektors auf raumfeste Koordinaten transformiert.
   (b) Bestimmen Sie dann die raumfesten Komponenten des Drehimpulses $\vec{L}$ eines symmetrischen Kreisels.
   (c) Bestimmen Sie die raumfesten Komponenten der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$.

2. **Physikalisches Pendel.** Ein starrer Körper befinde sich im homogenen Schwerefeld der Erde und sei um eine horizontale Achse A drehbar aufgehängt. Der Schwerpunkt S des Körpers liege nicht auf der Achse. Wieviele Freiheitsgrade hat das physikalische Pendel?



   (a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für den Auslenkwinkel φ auf und berechnen Sie die Schwingungsdauer für kleine Auslenkungen. (2 Pkt.)
   (b) Zeigen Sie, dass sich die Schwingungsdauer des Fadenpendels ergibt, wenn die Masse des Körpers eng um seinen Schwerpunkt konzentriert ist. (1 Pkt.)
   (c) Bestimmen Sie eine zweiten Achse, die dieselbe Schwingungsdauer ergibt. (1 Pkt.)
   (d) Nehmen Sie an, der Körper sei ein Würfel mit homogener Massendichte (Kantenlänge a, Masse m), und die Drehachse verlaufe entlang einer Kante. Wie lautet die Schwingungsdauer für kleine Auslenkungen? Wie lang wäre ein äquivalentes Fadenpendel? (2 Pkt.)

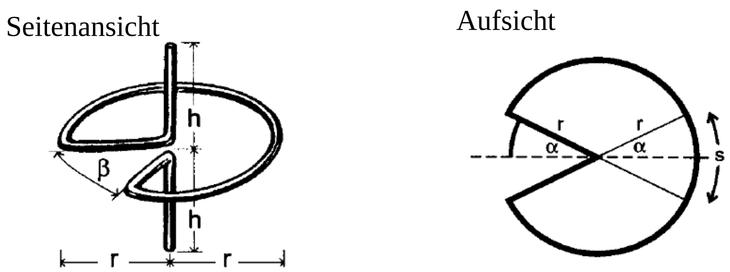
(insgesamt 6 Pkt.)

3. **Schneller Kreisel.** Der schnelle Kreisel ist ein Spezialfall des schweren Kreisels: Die kinetische Energie ist wesentlich größer als die maximalen Änderungen der potentiellen Energie, so daß die Gravitationskonstante g als klein anzusehen ist und sich die Bewegung nicht sehr von der eines kräftefreien Kreisels unterscheidet. Eine einfache analytische Berechnung der Bewegung ist hier näherungsweise möglich. (4 Pkt.)

   Die Anfangsbedingungen seien $\dot{\phi}(0) = \dot{\vartheta}(0) = 0$, $\vartheta(0) = \vartheta_2 = \text{const}$.
   (a) Leiten Sie eine Relation zwischen den beiden erhaltenen Drehimpulsen L_3 und L_z her.
   (b) Setzen Sie diese Relation in die Gleichung des effektiven Potentials ein. Warum ist ϑ_2 ein Umkehrpunkt der Bewegung im effektiven Potential? Berechnen Sie die Amplitude der Nutation, wobei Sie sich zunutze machen, das bei ϑ_2 ein Umkehrpunkt liegt. Hierbei dürfen Sie annehmen, dass g klein ist, d.h. Terme proportional zu $1/g$ sind in auftretenden Gleichungen dominant.

(c) Bestimmen Sie die Nutationsfrequenz. Leiten Sie dazu wieder unter der Annahme eines kleinen g eine Differentialgleichung für $\cos\vartheta_2 - \cos\vartheta$ her und lösen Sie diese. Es kann $\sin\vartheta \approx \sin\vartheta_2$ angenommen werden.

4. **Büroklammerkreisel.** Aus einer Büroklammer lässt sich mit etwas Geschick (und einer Zange) ein Kreisel herstellen (vgl. Abbildung). (2 Pkt.)



(a) Im einfachsten Fall liegt der Schwerpunkt des Kreisels im Mittelpunkt des Kreisbogens. Berechnen Sie, wie groß dann der Öffnungswinkel β sein muss.

(b) Berechnen Sie die Trägheitsmomente bezüglich Rotation um die x-, y- und z-Achse. Nehmen Sie dazu die Drahtstücke als unendlich dünn an. Wann ist die Rotation um die z-Achse stabil?

Wer einen funktionierenden Büroklammerkreisel mitbringt, erhält einen Extrapunkt!

Wir wünschen allen TeilnehmerInnen der Veranstaltung frohe Weihnachten und einen guten Start ins neue Jahr!
Auf diesem Übungsblatt sind maximal **16 Punkte** zu erreichen, Abgabe erfolgt am 13. 1. 2009.